

DEVOIR DE MAISON DE RENTREE

Épreuve de Mathématiques

L'objectif d'un Devoir de Maison est de s'entraîner à rédiger des Mathématiques.

Par conséquent obtenir un résultat juste, bien qu'important, n'est pas l'essentiel.

Ce sont plutôt les qualités d'argumentation et de présentation du travail qui seront prioritaires de l'évaluation.

Exercice n° 1 - Suites numériques

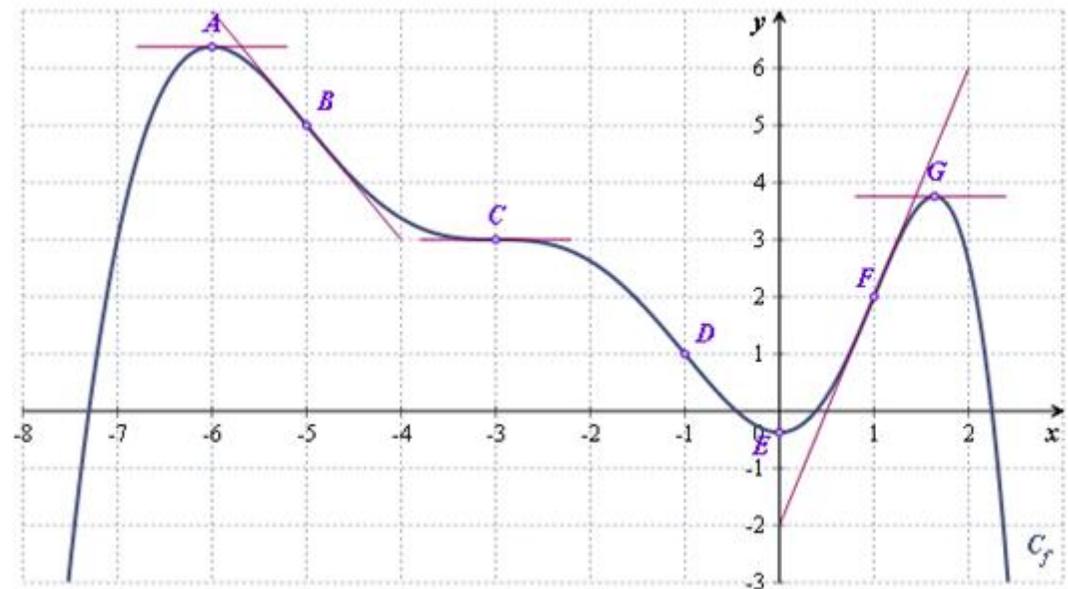
? points

Soit (u_n) une suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ \text{pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = 0,2u_n + 4 \end{cases}$$

et la suite (V_n) définie pour tout entier naturel par $V_n = u_n - 5$

1. Calculer les 5 premiers termes de la suite (u_n) et de la suite (V_n)
2. Démontrer que la suite (u_n) n'est pas arithmétique
3. Démontrer que la suite (u_n) n'est pas géométrique.
4. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique et donner son premier terme et sa raison.
5. Exprimer (V_n) en fonction de n .
6. En déduire une expression de (u_n) en fonction de n .

- La courbe C_f ci-dessous est la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction numérique f .
 - L'ensemble de définition de f est \mathbb{R} .
1. Conjecturer les limites de f aux bornes de son domaine de définition et identifier les éventuelles asymptotes.
 2. Conjecturer les valeurs de $f(-1)$; $f'(-3)$ et $f(-5)$.
 3. Dresser le tableau des variations de f .
 4. Résoudre rigoureusement et sur le modèle du cours l'équation $f(x) = 3$.
 5. Dresser rigoureusement le tableau du signe de $f(x)$.
 6. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$, avec la précision permise par le graphe.
 7. Justifiez rigoureusement que la fonction f admet un extremum local au point d'abscisse -6 . Donner sa valeur.
 8. La tangente T à C_f au point D a pour équation $y = -2x - 1$. Tracer T en bleu sur le graphe ci-contre.



1. Compléter le tableau suivant :

Pourcentage d'augmentation ou de diminution	+ 20 %	+ 3 %	- 10 %	- 0,5 %					+ 200 %
Coefficient multiplicateur associé	1,2				1,6	0,7	2	0,9	

2. Calculer le pourcentage d'évolution, sachant que Q_i est la quantité initiale et Q_f est la quantité finale :

a. $Q_i = 2500$ et $Q_f = 3500$

b. $Q_i = 250$ et $Q_f = 100$

3. Proportion

Dans une entreprise comportant 1764 salariés, le nombre de salariés handicapés est 60.

Quel est le pourcentage de salariés handicapés dans cette entreprise ?

Une entreprise souhaite reproduire des amphores gallo-romaines sur le modèle original ci-dessous.



L'amphore est obtenue par rotation autour d'un axe horizontal d'un profil \mathcal{P} constitué de la réunion de la courbe \mathcal{C} d'une fonction f et de deux segments [AB] et [CD].

Le but de l'exercice est de compléter le tracé du profil \mathcal{P} sur le graphique (annexe 1).

Sur ce graphique, le segment vertical [AB] représente le fond de l'amphore et le segment horizontal [CD] représente le col de l'amphore, matérialisé par des pointillés sur la photo ci-dessus.

Dans le repère orthonormé de ce graphique, le point A a pour coordonnées $\left(-4; \frac{1}{2}\right)$, le point B a pour coordonnées $(-4; 0)$, le point C a pour coordonnées $\left(2; \frac{1}{2}\right)$ et le point D a pour coordonnées $\left(3; \frac{1}{2}\right)$.

Étude du profil du corps de l'amphore

La fonction f est définie sur $[-4; 2]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x^3 + 6x^2 - 40).$$

\mathcal{C} est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé précédent.

1. a. Calculer $f'(x)$.
 b. Etudier le signe de $3x^2 + 12x$ sur \mathbb{R} .
 c. En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-4; 2]$.
 d. En quelle valeur la fonction f atteint-elle son maximum ?
 Donner la valeur de ce maximum.
2. Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (les valeurs seront arrondies à 10^{-1} près).
3. Justifier que la courbe \mathcal{C} passe par les points A et C.
4. Quel est le coefficient directeur de la tangente T au point C ?
5. Tracer, sur le graphique de l'annexe 1, la tangente T et la courbe \mathcal{C} ?
6. Comment peut-on faire pour finir la construction du profil de l'amphore ?
 Finir alors la construction de l'amphore ?

x	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													

