Bien préparer mon entrée en terminale

Enseignement général et Maths complémentaires

Exercice 1 : Suites numériques - Comparaison d'estimations

Un journal hebdomadaire est sur le point d'être créé. Une étude de marché aboutit à deux estimations différentes concernant le nombre de journaux vendus :
• 1re estimation : 1 200 journaux vendus lors du lancement, puis une progression des ventes de 2 % chaque semaine suivante.
• 2nd estimation : 1 200 journaux vendus lors du lancement, puis une progression régulière de 35 journaux supplémentaires vendus chaque semaine suivante.

On considère les suites (u_n) et (v_n) telles que, pour tout entier naturel $n > 1$, u_n (resp. v_n) représente le nombre de journaux vendus la n-ième semaine selon la 1re estimation (resp. selon la 2nd estimation).
Ainsi $u_1 = v_1 = 1\,200$.

1. Calculer u_2 et v_2 .
2. On considère la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	1	1200	1200
3	2		
4	3		
5	4		

   a. Quelle formule, saisie en B3 et recopiée vers le bas, permet d'obtenir les premiers termes de la suite (u_n) ?
   b. Quelle formule, saisie en C3 et recopiée vers le bas, permet d'obtenir les premiers termes de la suite (v_n) ?

3. a. Donner la nature de la suite (u_n) puis celle de la suite (v_n).
   b. Écrire, pour tout entier naturel $n \geq 1$, les expressions de u_n et de v_n en fonction de n.

4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le premier entier naturel n > 1 tel que :
$$1\,200 \times 1{,}02^{n-1} > 1\,200 + 35(n-1).$$
   Interpréter ce résultat.

5. a. Montrer que, pour tout entier naturel n > 1, on a :
$$1 + 1{,}02 + 1{,}02^2 + \ldots + 1{,}02^{n-1} = 50 \times (1{,}02^n - 1).$$
   b. En déduire le nombre total de journaux vendus en 52 semaines (environ un an) selon la 1re estimation.

6. On rappelle que, pour tout entier naturel n, on a :
$$v_1 + v_2 + \ldots + v_n = n\frac{(v_1 + v_2)}{2}$$

Laquelle des deux estimations prévoit le plus grand nombre total de journaux vendus au cours des 52 premières semaines ?

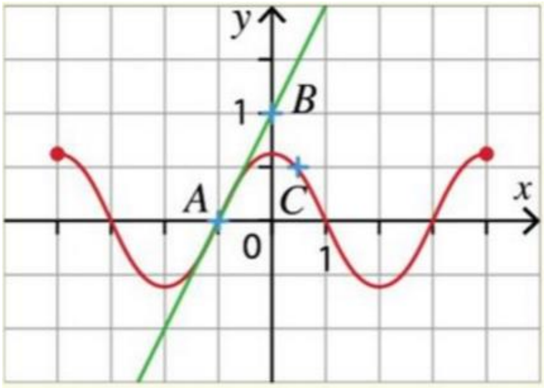
7. On considère l'algorithme ci-dessous.

$S \leftarrow 1\,200$
$T \leftarrow 1\,200$
$n \leftarrow 1$
$Tant\ que\ S \leq T$
    $S \leftarrow S + 1\,200 \times 1{,}02^n$
    $T \leftarrow T + 1\,200 + n \times 35$
    $n \leftarrow n + 1$

La valeur de la variable n à la fin de l'exécution de cet algorithme est 55. Interpréter ce résultat.

Exercice 2 : Dérivation - tangentes

On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-4\ ;\ 4]$ dont on donne la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ ci-dessous.



On note $A\,(-1\ ;\ 0)$ et $B\,(0\ ;\ 1)$.
La droite (AB) est la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A.
On admet que f passe par le point $C\ (0{,}4\ ;\ 0{,}5)$.

1. La fonction f semble-t-elle paire, impaire ou ni l'un ni l'autre ? Justifier.

2. Déterminer le taux de variation de f entre –1 et 0,4.

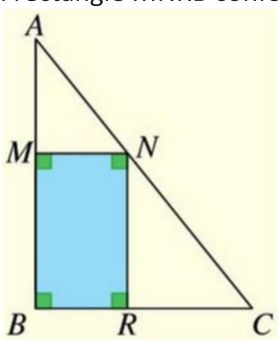
3. Donner par lecture graphique les valeurs de $f\ (-1), f\ '(-1), f\ '(0), f\ (1)\ et\ f\ '(1)$.

4. En se servant des valeurs obtenues, donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A.

5. Existe-t-il une droite qui semble tangente à $\mathcal{C}_f$ en trois points distincts ? Justifier.

Exercice 3 : Dérivation - optimisation

Dans le triangle rectangle ABC, on a AB = 8 unités et BC = 6 unités.
R se déplace sur le segment [BC] et engendre un rectangle MNRB conformément à la figure ci-dessous.



1. Quelle position doit occuper R pour obtenir un rectangle d'aire maximale ?

2. Même question pour obtenir un rectangle de périmètre maximal.